КОЭФФИЦИЕНТ РЕКУПЕРАЦИИ ПРИ ТЕПЛООБМЕНЕ. ПАРАДОКСЫ ТЕПЛООБМЕНА

Первая часть статьи «Коэффициент рекуперации при теплообмене» была опубликована в журнале «Мир климата» № 101. Первоначально планировалось завершить статью второй практической частью, состоящей преимущественно из расчетов коэффициентов рекуперации реальных теплообменных блоков и воздушных завес. Однако перед этим необходимо прояснить оставшиеся без внимания теоретические вопросы. Название этой части статьи обусловлено характером приведенных в ней закономерностей теплообмена, которые на первый взгляд не являются очевидными. Рассматриваемые темы не получили достаточного освещения не только в классических публикациях ([3], [4]), но и в современных работах по развитию теории теплообмена. Все представленные в этой части статьи закономерности универсальны и являются важными для понимания смысла явлений передачи тепла. Они проявляют себя в любых аппаратах обмена теплом двух сред.

А. В. Пухов, технический директор компании-производителя воздушных завес Tropik-Line

1. «Минимальное» качество теплообмена при разном расходе теплоносителей

В первой части было показано, что для равных расходов одинаковых сред при $\varepsilon = 0{,}5$ конечное состояние системы с термодинамической точки зрения будет обладать низшим из всех возможных вариантов качеством. А именно при $\varepsilon = 0{,}5$ энтропия конечного состояния системы максимально увеличится по сравнению с начальным состоянием, а при $\varepsilon = 0$ и $\varepsilon = 1$ энтропия вообще не изменится. При каком значении эффективности ε реализуется минимальное качество конечного состояния системы в общем случае произвольного соотношения расходов? Ответим на этот вопрос для двух сред равных теплоемкостей (рис. 1).

Приведем выражение секундного изменения энтропии ΔS [Вт/К] воздуха в рекуператоре. Температура уличного воздуха $T_{ул}$, а его конечная температура $T_{пр}$. Температура комнатного воздуха $T_{комн}$, а его конечная температура T'. Пусть массовый расход притока превышает вытяжку в n раз. Тогда аналог соотношения (5), которое было получено в первой части для равных расходов (c — теплоемкость [Дж/кг·К], g — массовый расход вытяжки [кг/с]), примет вид:

$$\Delta S = \Delta S_{пр} + \Delta S_{выт} = n \cdot c \cdot g \cdot \ln(T_{пр}/T_{ул}) + c \cdot g \cdot \ln(T'/T_{комн}). \qquad (10)$$

Введем обозначения: $T_{ул} = T$, $T_{комн} = T + \Delta T$. Из приведенного определения коэффициента рекуперации (3), которое для условий превосходства притока можно переписать в виде

$$\varepsilon/n = (T_{пр} - T_{ул}) / (T_{комн} - T_{ул}), \qquad (11)$$

получим $T_{пр} = T + \Delta T \cdot \varepsilon/n$. Из закона сохранения энергии найдем температуру вытяжного воздуха $T' = T + \Delta T(1 - \varepsilon)$. Все полученные значения температур отразим на рис. 2.

Если температура притока меньше T, то ΔT нужно считать отрицательным. Подставляя все приведенные значения температур в (10), получим: $\Delta S = \Delta S_{пр} + \Delta S_{выт} = c \cdot g \cdot \ln(uv)$, где $u = (T + \Delta T \cdot \varepsilon/n)n / Tn$, $v = (T + \Delta T(1 - \varepsilon)) / (T + \Delta T)$. Для того чтобы найти ε, при котором ΔS имеет наибольшее значение, надо приравнять к 0 производную $dS/d\varepsilon$. Так как c и g — константы, а логарифм — возрастающая функция, достаточно приравнять нулю производную (uv). Вычисления показывают, что (uv) максимально, когда

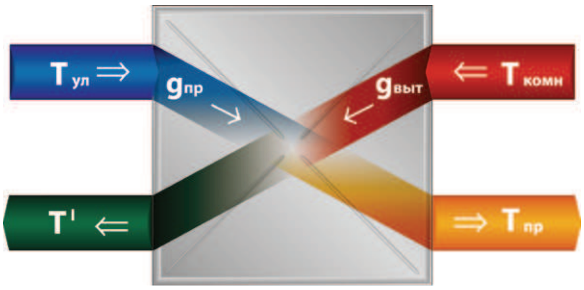

Рис. 1. Рекуператор воздух — воздух

Рис. 2. Значения температур рекуперации

$$\varepsilon = n / (n + 1). \qquad (12)$$

Действительно, учитывая, что производная произведения $(uv)' = u'v + uv'$, для этих слагаемых получим: $u'v = uv{\cdot}\Delta T / (T + \Delta T{\cdot}\varepsilon/n)$, $uv' = -\,u{\cdot}\Delta T / (T + \Delta T)$. Отсюда следует, что $(uv)' = 0$, когда $(T + \Delta T\,(1 - \varepsilon)){\cdot}\Delta T = (T + \Delta T{\cdot}\varepsilon/n)\,{\cdot}\Delta T$, что в свою очередь сводится к равенству $\varepsilon = n/(n + 1)$.

Заметим, что вывод (12) справедлив для любых значений T и ΔT и для любых соотношений расходов. Из (12) следует, что если расходы (или в общем случае тепловые эквиваленты) сред различаются в 3 раза, то состояние с наибольшей конечной энтропией будет реализовываться при ε = ¾. Если же расходы различаются во много раз, то это состояние реализуется уже при ε достаточно близких к 1, то есть к своему возможному максимуму. Подтвердим представленные рассуждения примерами. Примем T = 300K, ΔT = 50K, то есть ΔT/T = 1/6, и пусть расход одного из теплоносителей превосходит расход другого в 10 раз. На графике 1 представим поведение частного для этого примера ΔS/cg (10) при всех возможных значениях ε. (ΔS — изменение энтропии системы при теплообмене.)

В другом случае примем T = 300K, ΔT = 200K, ΔT/T = 2/3, и пусть расход одного из теплоносителей превосходит расход другого в 3 раза. На графике 2 представим поведение частного ΔS/cg для указанных условий:

Чем больше увеличение энтропии при теплообмене, тем ниже качество этого обмена, так как этот обмен приближает систему к равновесному уровню. Возникает следующий парадокс: при разнице n в расходах теплоносителей минимальное качество теплообмена (больший рост энтропии) для всех ε реализуется при ε = n/(n + 1), что означает значения ε близкие к 1 при больших n. С другой стороны, по самому определению коэффициента ε, его значения, близкие к 1, определяют именно наивысшее возможное качество теплообмена. Низшее из возможных качество должно всегда реализовываться при ε = 0.

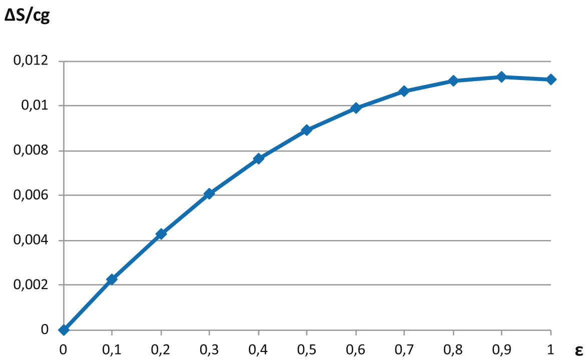

График 1. Изменение ΔS/cg для ΔT/T = 1/6, n = 10

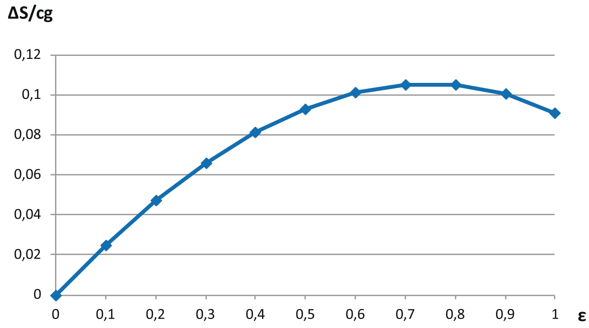

График 2. Изменение ΔS/cg для ΔT/T = 2/3, n = 3

Устраним кажущееся противоречие. Теплообмен — это передача энергии, для рассмотренного случая она составляет $\Delta E = c{\cdot}g{\cdot}\varepsilon{\cdot}\Delta T$ джоулей в секунду. (Это следует из приведенного выше расчета для температуры вытяжного воздуха, которая изменяется на εΔT с учетом его расхода cg.) Качество теплообмена определяется изменением энтропии в расчете не на количество прокачанного теплоносителя, а на величину переданной при этом энергии. Приведем графики поведения ΔS/ΔE для примеров, рассмотренных выше. В них точное значение ΔS считается по формуле (10), а $\Delta E = c{\cdot}g{\cdot}\varepsilon{\cdot}\Delta T$. Для первого примера (ΔT/T = 1/6, n = 10) представим результаты на графике 3, а для второго (ΔT/T = 2/3, n = 3) на графике 4.

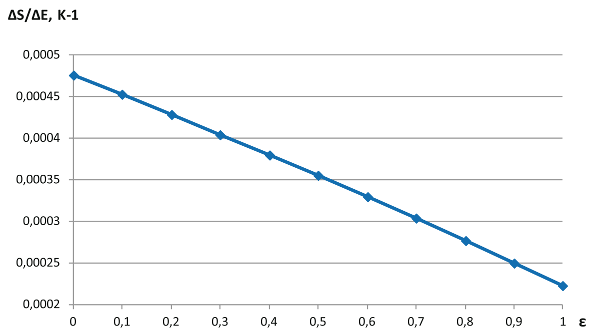

График 3. Изменение ΔS / ΔE для ΔT/T = 1/6, n = 10

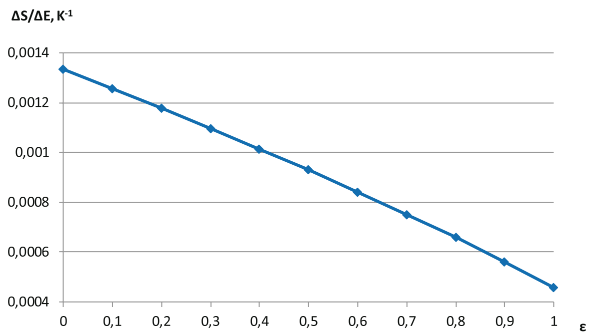

График 4. Изменение ΔS / ΔE для ΔT/T = 2/3, n = 3

При увеличении ε качество теплообмена всегда растет, так как уменьшается прибавка энтропии в расчете на единицу переданной энергии.

2. При пропорциональном увеличении двух расходов эффективность ε всегда уменьшается

Пусть при некоторых начальных расходах двух необязательно одинаковых сред коэффициент рекуперации принимает значение ε_0. Во сколько раз увеличится мощность теплообмена, если увеличить оба расхода в 3 раза? Для разных теплообменников при различных условиях этот рост может составить разные величины, но он никогда не сможет превысить 3. Так как мгновенная передача тепла в любых материалах (теплообменника) невозможна, то на каждую единицу массы теплоносителей при возрастании расходов будет передано меньше энергии. Соотношение (1), которое может быть представлено как:

$$\varepsilon = W / (cg)_{min}\Delta T, \qquad (13)$$

позволяет заметить, что ε при таком росте расходов уменьшится. В то время, как $(cg)_{min}$ возрастет в 3 раза, мощность — в меньшее число раз. Математически этот факт можно выразить так: для каждого конкретного теплообменника существует функция его эффективности

$$\varepsilon = \varepsilon(g_1, g_2), \qquad (14)$$

и ε всегда уменьшается, если оба расхода вырастут в точно одинаковое число раз k:

$$\varepsilon(kg_1, kg_2) < \varepsilon(g_1, g_2) \text{ для любых } k > 1. \qquad (15)$$

Это свойство теплообменных систем следует из определения (13). Оно настолько очевидно и соответствует установкам здравого смысла, что неясно, в чем здесь может заключаться парадокс? Напомним, что приведенные рассуждения справедливы только для пропорционального увеличения двух расходов, то есть обоих в 3 раза или обоих на 40% и т.д. Но что произойдет, если оба расхода увеличатся, но непропорционально, например, один на 40%, а другой в 3 раза? Ответим на этот вопрос в следующем пункте.

3. Как ведет себя ε при непропорциональном увеличении расходов?

Если в обмене участвуют среды разных теплоемкостей, то наименьший из двух тепловых эквивалентов $(cg)_{min}$ обычно обозначается C_{min}, другой — C_{max} (тогда $n = C_{max}/C_{min}$). В случае разных теплоемкостей, например, в (10) вместо ncg и cg нужно использовать C_{max} и C_{min} соответственно. Иногда C_{min} и C_{max} удобно измерять в единицах A·U, где A[м^2] — так называемая средняя площадь теплообмена, а U[Вт/м^{2}К] — обобщенный коэффициент теплопроводности теплообменника [3]. При непропорциональном росте расходов ε может или уменьшаться или расти. Покажем это на примере теплообменника с поперечным током [3], в котором оба потока не перемешиваются по мере течения. Этот случай, близкий теплообмену в воздушных завесах допускает удовлетворительное приближение ε от значений расходов. В безразмерных единицах эквивалентов можно представить:

$$\varepsilon = 1 - \exp(C_{max}C_{min}^{-1,22}[\exp(-C_{max}^{-1}C_{min}^{0,22}) - 1]) \qquad (16)$$

Отложим на графике 5 по оси абсцисс значения безразмерного расхода C_{max}. Для каждой кривой представим значения ε для фиксированных значений C_{min}. На этом графике рассмотрим несколько точек (C_{min}; C_{max}), C_{min} определяет принадлежность к кривой, C_{max} — значение по горизонтальной оси. Пусть точка 1 (0,5; 0,5) определяет начальное состояние теплообмена. При пропорциональном увеличении расходов (пункт 2) эффективность теплообмена уменьшится, точки 2(1; 1) или 3 (1,5; 1,5) действительно находятся ниже по вертикальной оси, что означает меньшие ε. Но если увеличивать расходы непропорционально, то эффективность может и уменьшиться 4(1; 2) и вырасти 5(0,7; 1,5).

Для прямотока или противотока формулы эффективности отличны от (16), но приводят к таким же качественным результатам: при произвольном увеличении расходов в теплообменной системе эффективность теплообмена может как расти, так и падать!

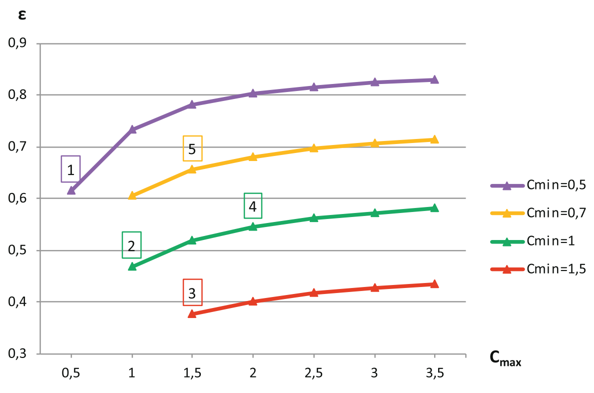

График 5. ε для случая (16)

4. Изломы на графиках ε и большие значения при значительных разностях в расходах

Кроме указанной неопределенности есть и более существенные недостатки, которые обнаруживает поведение ε. Чтобы их продемонстрировать отложим по горизонтальной оси Графика 6 значения одного из безразмерных расходов C_1, а для каждой из кривых представим значения ε для фиксированного значения C_2 для того же вида теплообмена (16). Для каждой из представленных кривых существует особая точка-минимум, справа от которой C_1 — это C_{max}, а C_2 — это C_{min}, а слева C_1 — это C_{min}, а C_2 — это C_{max}.

График 6 демонстрирует, что когда один из расходов существенно меньше другого, значения ε всегда большие, они стремятся к 1. Кроме того, в точках, где оба расхода совпадают, находятся изломы кривых. Это принципиальное неудобство теории теплообмена, по-

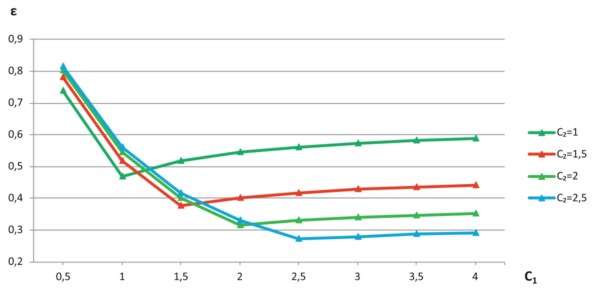

График 6. ε для случая (16)

тому что такое поведение демонстрируют любые теплообменные системы. Связаны ли эти изломы с какимлибо физическим проявлением свойств теплообменных систем? Нет, при изучении закономерностей теплообмена или проведении экспериментов по определению мощности при теплообмене какие-либо точки, в которых происходят скачкообразные изменения, отсутствуют. При увеличении любого из расходов происходит всегда плавное увеличение мощности, а особенности поведения графиков обусловлены лишь определением коэффициента ε (13).

Возможно ли такое доопределение коэффициента ε, которое позволило бы избежать как неоднозначности его поведения, которую демонстрирует график 5, так и не связанных с физическим смыслом явлений изломов кривых (график 6)? Возможно ли избежать асимметрии в стандартном определении ε (13) относительно C_{min} и C_{max}?

Забегая вперед, отметим, что доопределение коэффициента эффективности, которое избавляет его от всех указанных недостатков, возможно. Чтобы определить его вид, необходимо будет вернуться к закономерности поведения величины ΔS/ΔE при теплообмене.

5. Как расширить определение ε?

Строго говоря, величина ΔS/ΔE при любом возможном теплообмене зависит от начальной температуры холодной среды T и трех безразмерных параметров: ΔT/T, ε и n. Когда ε = 0, то ΔS/ΔE всегда принимает значения $T^{-1}\cdot(\Delta T/T)\cdot(1+\Delta T/T)^{-1}$ независимо от n. Это можно проверить переходом к пределу ε → 0 в (10), а именно раскрытием неопределенности 0/0 ln(uv)/(εΔT) в нуле ε. (Следует отметить, что значение $T^{-1}\cdot(\Delta T/T)\cdot(1+\Delta T/T)^{-1}$ при любых n в точности равно выработке энтропии в теплопроводящем стержне, который соединяет два тепловых резервуара с температурами T и T + ΔT [5].) Далее, графики 3 и 4 демонстрируют почти линейное поведение при увеличении ε. Причем, при n = 1 (это было доказано в первой части статьи) с асимптотической точностью по параметру ΔT/T можно представить:

$$\Delta S/\Delta E \approx T^{-1}\cdot(\Delta T/T)\cdot(1+\Delta T/T)^{-1}\cdot(1-\varepsilon), \qquad n = 1 \qquad (17)$$

То есть, график ΔS/ΔE — это почти прямая линия, которая при ε = 0 принимает наибольшее значение и уменьшается до 0 по мере роста ε до единицы. При очень больших n график демонстрирует приблизительно в 2 раза меньшее падение по мере роста ε. Как видно из примера, который приведен на графике 3 (ΔT/T = 1/6, n = 10), значения ΔS/ΔE при ε = 0 равно $4{,}76\cdot10^{-4}$ и при ε = 1 равно $2{,}23\cdot10^{-4}$. Если n равнялось бы 100 (ΔT/T = 1/6, n = 100), то при том же значении $4{,}76\cdot10^{-4}$ для ε = 0, ΔS/ΔE примет значение $2{,}48\cdot10^{-4}$ для ε = 1. То есть, наклон этой почти прямой линии уменьшается по мере роста n от 1 до очень больших значений на 48%, то есть приблизительно в 2 раза. И так происходит для всех малых и умеренных ΔT/T < 0,6. Следовательно, можно предположить:

$$\Delta S/\Delta E \approx T^{-1}\cdot(\Delta T/T)\cdot(1+\Delta T/T)^{-1}\cdot(1-\varepsilon/2),$$
для больших n (18)

Для общего случая произвольных ε и n с учетом (17) и (18) можно предложить:

$$\Delta S/\Delta E \approx T^{-1}\cdot(\Delta T/T)\cdot(1+\Delta T/T)^{-1}\cdot(1-(1+n^{-1})\,\varepsilon/2). \qquad (19)$$

Эта формула переходит и в (17) и (18) в обоих предельных случаях n = 1 и n→∞. Формула (19) имеет два неоценимых достоинства. Во-первых, изменение энтропии представимо в виде произведения $\Delta S/\Delta E = f_1(T, \Delta T/T)\cdot f_2(\varepsilon, n)$. А это означает принципиальную возможность (19) определить некоторый коэффициент для любой теплопередачи, независящий от температур. Напомним, что начальное выражение (10) такого разложения переменных на множители не допускает. А во-вторых, и это самое важное, формула (19) симметрична относительно C_{min} и C_{max}, хотя в ее определении присутствует несимметричная величина ε. Покажем это, используя определение (13) и учитывая, что $(cg)_{min}$ обозначается C_{min}. Тогда, если не рассматривать температурную часть, которая никакого отношения к C_{min} и C_{max} не имеет, получим:

$$(1+n^{-1})\,\varepsilon/2 = (1+C_{min}/C_{max})\varepsilon/2 = ½(1+C_{min}/C_{max})\cdot W/(C_{min}\Delta T) = ½(C_{min}^{-1}+C_{max}^{-1})\cdot W/\Delta T \qquad (20)$$

Наряду с этим (19) имеет и недостаток — это всего лишь приблизительное равенство. Насколько точно (19) приближает точное значение ΔS/ΔE (10) для умеренных значений температур? Пусть при теплообмене взаимодействуют среды с начальными температурами 5°C и 95°C, что ограничивает «бытовые» значения, тогда ΔT = 90K, T = 278K и отношение ΔT/T ≈ 0,324. В пункте 1 уже были представлены точные зависимости ΔS/ΔE(ε) для двух частных случаев: n = 10 и ΔT/T ≈ 0,167 и для n = 3 и ΔT/T ≈ 0,667. Заметим, что во втором случае интервал температур превосходит умеренные «бытовые» значения. На графике 7 продублируем график 3, а на графике 8 — график 4, но наряду с точным расчетом ΔS/ΔE представим и приблизительное выражение этой величины по формуле (19).

Из представленных графиков следует, что (19) удовлетворительно приближает ΔS/ΔE(ε). Следовательно, входящий в это выражение симметричный относительно C_{min} и C_{max} аргумент, который не зависит от T и ΔT может быть использован как характеристика термодинамической эффективности по крайней мере до ΔT/T ≤ 0,6. Введем этот новый коэффициент ε_S, который можно назвать коэффициентом термодинамической (энтро-

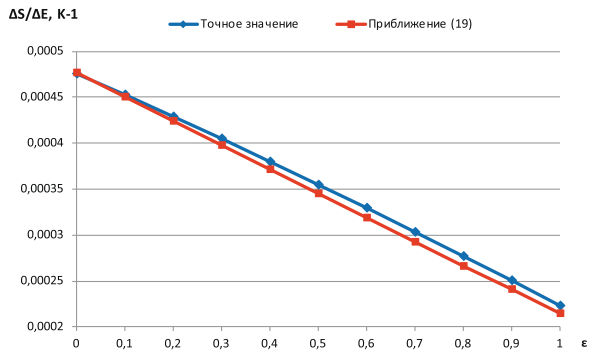

График 7. Приближение (19) для ΔT/T = 1/6, n = 10

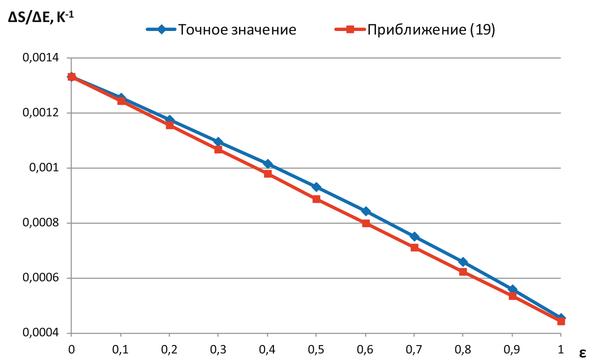

График 8. Приближение (19) для ΔT/T = 2/3, n = 3

пийной) эффективности или симметричным коэффициентом эффективности теплообмена:

$$\varepsilon_S = (1 + n^{-1})\,\varepsilon/2 = \tfrac{1}{2}W(C_{min}^{-1} + C_{max}^{-1})/\,\Delta T \qquad (21)$$

Выражение (19) есть не что иное как (17), в которое вместо ε подставлено ε_S. Получив имеющее ясный физический смысл выражение ε_S, можно ожидать, что его зависимость от величин расходов будет лишена тех недочетов, которые были перечислены в пунктах 3 и 4. Это действительно так. Представим аналоги графиков 5 и 6, на которых в тех же переменных будет показана зависимость не для ε, а для ε_S.

Из графика 9 видно, что и при произвольном увеличении любого из расходов ε_S может только уменьшаться. График 10 демонстрирует отсутствие точек излома

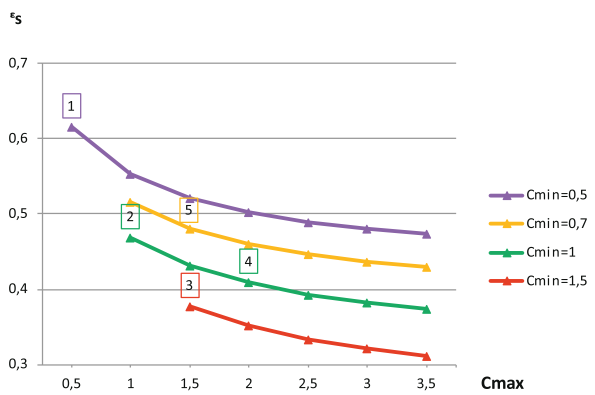

График 9. ε_s для случая (16)

и инверсного поведения кривых при уменьшении C1. График 10 также демонстрирует, что ε_S не стремится к 1 как ε при уменьшении одного из расходов до 0. Из определения ε_S также следует, что $\varepsilon_S \equiv \varepsilon$ при $C_{min} = C_{max}$.

Выводы. В этой части статьи были рассмотрены парадоксы теории теплообмена. Было показано, что некоторые из них (например, парадокс качества теплообмена для произвольных n и ε) можно объяснить с позиции физики явлений теплопередачи. Другие же не относятся к физике явления теплопередачи, а являют-

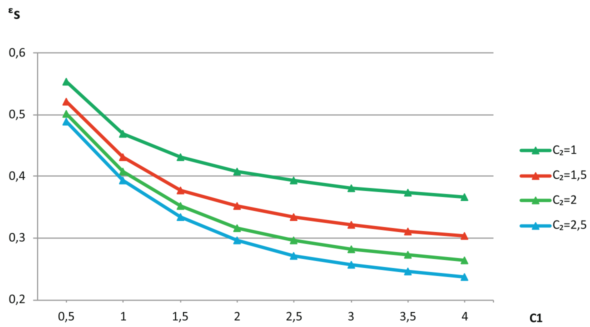

График 10. ε_s для случая (16)

ся следствием определения коэффициента эффективности ε. Они могут быть устранены введением скорректированного коэффициента. В статье был предложен вид (21) этого коэффициента ε_S, что исправило указанные шероховатости теории теплообмена. Автор ни в коей мере не пытается подвергнуть критике классическую теорию теплообмена, предложенную В. М. Кейсом и А. Л. Лондоном [3] в 1950х годах. Они проделали огромную работу, фактически построив на пустом месте теорию (ε-NTU), которая позволила провести множество расчетов, впервые сделать точные оценки для некоторых частных случаев и успешно используется до сих пор. И, конечно, автор отдает себе отчет, что не имело бы смысла искать симметричный коэффициент только ради симметрии и упорядочивания уже известных результатов, если бы метод расчета на основе ε_S не привел бы и к новым соотношениям. В последующих публикациях автор ознакомит читателей как с помощью ε_S возможно проводить простые точные оценки характеристик теплообмена. Будет представлено сравнение практических расчетов, используя как уже существующие методы, так и новый ε_S-метод.

Литература

1. Пухов А. В. Мощность тепловой завесы при произвольных расходах теплоносителя и воздуха. Интерпретация опытных данных // Мир Климата. 2013. № 80. С. 110.
2. Пухов А. В. Мощность тепловой завесы при произвольных расходах теплоносителя и воздуха. Инварианты процесса теплопередачи // Мир Климата. 2014. № 83. С. 202.
3. Кейс В. М., Лондон А. Л. Компактные теплообменники. М.: Энергия, 1967. С. 23.
4. Уонг Х. Основные формулы и данные по теплообмену для инженеров. М.: Атомиздат, 1979. С. 138.
5. Кадомцев Б. Б. Динамика и информация. // Успехи физических наук. 1994. Т. 164. № 5. С. 453.